

חשמל ומגנטיות לתלמידי הנדסה

פרק 13 - מבנה הנגד וצפיפות זרם

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים.....1

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

(1) נוסחה לחישוב התנגדות ודוגמה עבור נגד גלילי



גליל מלא בעל רדיוס r וגובה h עשוי מחומר בעל התנגדות סגולית משתנה $\rho = \rho_0 \frac{z}{h}$ כאשר ρ_0 נתון ו- z הוא המרחק מבסיס הגליל.

- חשב את ההתנגדות השקולה.
- נתון שהזרם עובר בין הבסיסים (לאורך z) מחברים את הגליל למקור מתח נתון V_0 (המתח הוא בין בסיס אחד לבסיס שני).
- מצא את הזרם הכולל בגליל.
- מצא את צפיפות הזרם והשדה החשמלי בגליל (פתרון בסרטון הבא).

(2) זרם רדיאלי



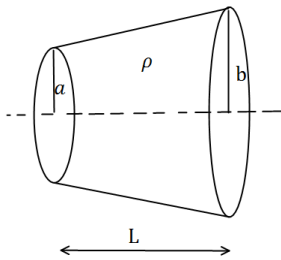
- קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.
- מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון הרדיאלי.
- מחברים מקור מתח V_0 בין המעטפת הפנימית למעטפת החיצונית של הקליפה.
- מצא את צפיפות הזרם בקליפה.
- מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

(3) זרם מעגלי בגליל



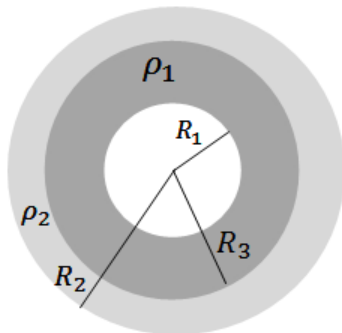
- קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.
- מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון טטה (ז"א זרם מעגלי).
- נתון הזרם הכולל הזורם בנגד.
- מצא את הצפיפות כתלות במרחק ממרכז הנגד.
- מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

(4) חרוט קטום



נתון חרוט קטום שאורכו L , רדיוס בסיסו הקטן a ורדיוס בסיסו הגדול b .
בין שני הבסיסים נתון הפרש פוטנציאלים.
ההתנגדות הסגולית של החרוט היא ρ .
חשבו את ההתנגדות השקולה של החרוט.

(5) נגד כדורי מחולק לשני חומרים שונים



נגד בצורת קליפה כדורית בעלת רדיוס פנימי R_1 ורדיוס חיצוני R_2 מורכב מחומר בעל התנגדות סגולית ρ_1 בתחום $R_1 < r < R_3$ ($R_3 < R_2$) והתנגדות סגולית ρ_2 בתחום $R_3 < r < R_2$.
א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה (זרם בכיוון רדיאלי).
ב. מצא את צפיפות הזרם בנגד אם נתון שמחברים את הנגד למקור מתח קבוע V .
ג. מהו השדה החשמלי בנגד?
ד. מצא את התפלגות המטען (משטחית ונפחית) בקליפה.

(6) צפיפות זרם בתוך לוח של קבל לוחות



קבל לוחות עגולים טעון במטען Q ומחובר לנגד. רדיוס הלוחות הוא a והמרחק בין הלוחות הוא $d \ll a$.
התנגדות הנגד היא R .
א. מצא את הזרם במעגל.
ב. מצא את צפיפות הזרם על פני לוח הקבל. הדרכה: הנח כי צפיפות המטען על הקבל תמיד אחידה. חשב את הזרם שיוצא מחלק הלוח בין r כלשהו ל- a . חשוב איזו סוג של צפיפות ישנה על הלוח. מצא את הצפיפות ע"י חלוקה של הזרם בחתך.
ג. בסעיף זה הנגד לא קיים, במקומו ממלאים את הקבל בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה. חזור על סעיפים א' ו-ב'.


(7) קליפה טעונה מוליכה בתוך נגד

קליפה מוליכה (מוליכות אידיאלית) ברדיוס a
 נמצאת בתוך חומר אינסופי עם מוליכות סגולית σ .
 נתון כי המטען על הקליפה ב- $t=0$ הוא Q .
 א. מצא את המטען על הקליפה כפונקציה של הזמן.

ב. מצא את צפיפות הזרם ואת השדה החשמלי בנגד.


(8) התנגדות תלויה באורך וברוחב

נתונים שני לוחות מקבילים בעלי
 ממדים $L \times L$, המרוחקים זה מזה
 מרחק d , אשר ביניהם הפרש פוטנציאלים
 $(L \gg d)$.

בין שני הלוחות ישנו חומר מוליך בעל
 התנגדות סגולית $\rho(x, y)$.

חשבו את ההתנגדות בשני המקרים הבאים:

א.
$$\rho = \rho_0 \sin\left(\frac{\pi y}{d}\right)$$

ב.
$$\rho = \rho_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi y}{d}\right)}{\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)}$$

תשובות סופיות:

$$E = \rho_0 \frac{z}{h} \frac{I}{\pi r^2} \hat{z}, \quad \vec{J} = \frac{I}{\pi r^2} \hat{z} \quad \text{ג.} \quad I = \frac{V_0}{R_T} \quad \text{ב.} \quad R_T = \frac{\rho_0 h}{2\pi r^2} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$E = \frac{\rho V_0}{R_T 2\pi r h} \hat{r} \quad \text{ג.} \quad \vec{J} = \frac{V_0}{R_T 2\pi r h} \hat{r} \quad \text{ב.} \quad R_T = \frac{\rho}{2\pi h} \ln \frac{b}{a} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\vec{E} = \rho \cdot \vec{J} \quad \text{ג.} \quad \vec{J} = \frac{V_T}{\rho 2\pi r} \hat{\theta} \quad \text{ב.} \quad R_T = \frac{1}{\frac{h}{2\pi\rho} \ln \frac{b}{a}} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$R = \frac{\rho L}{\pi ab} \quad (4)$$

$$\vec{J}_{(r)} = \frac{I}{4\pi r^2} \hat{r} \quad \text{ב.} \quad R_T = \frac{\rho_1}{4\pi} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_3} \right) + \frac{\rho_2}{4\pi} \left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2} \right) \quad \text{א.} \quad (5)$$

$$\vec{E} = \begin{cases} \rho_1 \frac{I}{4\pi r^2} \hat{r} & R_1 < r < R_3 \\ \rho_2 \frac{I}{4\pi r^2} \hat{r} & R_3 < r < R_2 \end{cases} \quad \text{ג.}$$

$$\tilde{\rho} = 0, \quad \tilde{\sigma}_{(R_1)} = \epsilon_0 \rho_1 \frac{I}{4\pi R_1^2} - 0, \quad \tilde{\sigma}_{(R_3)} = \frac{I \epsilon_0}{4\pi R_3^2} (\rho_2 - \rho_1), \quad \tilde{\sigma}_{(R_2)} = -\epsilon_0 \frac{I}{4\pi R_2^2} \rho_2 \quad \text{ד.}$$

$$k = \frac{a^2 - r^2}{2\pi r a^2} \frac{Q}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{ב.} \quad I = \frac{Q}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$\vec{J} = \frac{I}{\pi a^2} \hat{z}, \quad k = 0! \quad , \quad I = \frac{Q}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{J} = \frac{\sigma q(t)}{\epsilon_0 4\pi r^2} \hat{r}, \quad \vec{E} = \frac{k q(t)}{r^2} \hat{r} \quad \text{ב.} \quad q(t) = Q e^{-\frac{\sigma}{\epsilon_0} t} \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$R_T = \frac{\rho_0 d}{L^2} \quad \text{ב.} \quad R = \frac{2\rho_0 d}{\pi L^2} \quad \text{א.} \quad (8)$$